

文章编号: 1000-7598(2012)01-0162-05

基于上限定理的边坡潜在破裂面 确定方法与稳定性判识研究

何思明^{1,2}, 张晓曦^{1,2,3}, 吴永^{1,2}

(1. 中国科学院山地灾害与地表过程重点实验室, 成都 610041; 2. 中国科学院水利部成都山地灾害与环境研究所, 成都 610041;
3. 西南交通大学 土木工程学院, 成都 610031)

摘要: 边坡潜在破裂面的确定与稳定性判识一直是岩土工程界研究的热点问题。将边坡潜在破裂面看成是由若干段组合而成的复合破裂面, 并沿各段将边坡垂直条分为多块体, 在假设边坡岩土体服从摩尔-库仑屈服准则条件下, 根据极限分析上限定理, 分别计算各块体外功率与内能耗散, 并建立边坡稳定系数的多元函数。利用数学优化方法给出边坡稳定系数的最优解, 可以方便地给出边坡潜在破裂面形状及其对应的边坡稳定系数。通过算例分析与前人研究成果比较, 结果表明: 理论方法是合理有效的, 可以用于边坡潜在破裂面的确定与稳定性判识。

关键词: 边坡; 潜在滑裂面; 上限定理; 多块体

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

Study of stability discriminant of slope and position determination of potential sliding surface based on upper bound theorem

HE Si-ming^{1,2}, ZHANG Xiao-xi^{1,2,3}, WU Yong^{1,2}

(1. Key Laboratory of Mountain Hazards and Surface Process, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610041, China; 2. Institute of Mountain Hazards and Environment, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610041, China; 3. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: The stability discriminant of slopes and the position determination of potential sliding surfaces are always the research hot spots in geotechnical engineering. According to the upper bound method, and assuming the slope material obeys Mohr-Coulomb criterion, the internal and external works are calculated respectively by dividing slope body into blocks with regarding the potential sliding surface as a group of several sectional planes. Then the multivariate function to calculation critical height of slope is established and optimized by mathematical method, which is determined to the critical height and sliding surface shape. Through the example analysis and comparison with the previous research, the results show that the method in this paper is reasonable and effective, and can be used to determine the potential sliding surface and discriminate slope stability.

Key words: slope; potential sliding surface; upper bound theorem; multiple blocks

1 引言

边坡的稳定性分析是基于确定的滑裂面基础上的, 怎样确定边坡合理的滑裂面对边坡稳定性的分析具有控制性作用。传统的计算方法经常假定边坡的滑裂面为直线形、圆弧形、对数螺旋形等。例如, 对于竖直边坡及其重力式挡墙填土的滑裂面, 经常假设为直线形; 在常用的 Bishop 法和瑞典圆弧形法等条分法中, 常常假设边坡滑裂面为圆弧形, 对于边坡的极限分析理论常常采用对数螺旋滑裂面。

然而, 这些滑裂面往往是通过大量的破坏试验和破坏工程观察, 或者便于计算而人为的假设得到的。因此, 这些滑裂面都具有一定的主观性。对此, 国内外一些学者对边坡的滑裂面进行了研究, 李同录等^[1]确定了匀质、简单土坡最危险滑裂面位置; 朱以文等^[2]应用滑移现场理论并通过数值模拟, 给出了边坡滑裂面的确定方法; 李忠等^[3]提出一种基于计算机搜索法求解单阶和多阶边坡最危险滑移面搜索模型; 郑颖人等^[4]应用数值模拟得出地震作用下边坡潜在滑裂面的形状; 孙冠华等^[5-6]、郭明伟等^[7]

收稿日期: 2010-06-03

基金项目: 国家重点基础研究发展计划资助项目(No. 2008CB425802); 国家自然科学基金资助项目(No. 40872181); 交通部西部科技项目(No.2009-318-792-005)。

第一作者简介: 何思明, 男, 1968 年生, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事山地灾害形成机制及防治技术方面的研究工作。

E-mail: hsm112003@yahoo.com.cn

分别采用等效塑性应变与矢量和分析方法对边坡滑裂面搜索; Michalowski^[8]、Baker^[9]、Zhu^[10]、Cheng^[11]等研究了三维边坡滑裂面的形状。

随着边坡稳定性分析方法的长足发展^[11-19], 边坡稳定性的分析方法也越来越多, 但归结起来主要有以下3种方法: ①极限平衡法, 包括常用的条分法等; ②极限分析法; ③数值模拟方法。由于极限平衡理论不考虑岩土体的运动条件, 而平衡条件也是在有限的意义上才能满足^[20], 而数值模拟方法计算较为繁琐并对参数的依赖性较大, 因此, 其精确度难以保证且不利于简单的估算。然而极限分析理论中的上、下限定理给出的解答是精确解, 且计算较为简便, 所以近些年来极限分析理论在边坡稳定分析中得到了广泛的应用。

本文以极限分析上限理论为基础, 提出了一种确定边坡破裂面的理论方法。在分析过程中做了如下假设, 即①计算模型为平面应变问题, ②岩土体为理想塑性并服从相关流动法则, ③岩土体服从摩尔-库仑 (Mohr-Coulomb) 破坏准则, ④滑裂面通过边坡坡趾。具体方法为: 根据条分法的思想, 将边坡垂直条分为若干个多块体, 应用极限分析上限定理计算各条形块的外力功率与内能耗散, 建立关于边坡稳定系数与各块体破裂面参数的多元函数, 并通过最优化理论确定边坡潜在滑裂面形状及其稳定系数。

2 边坡潜在破裂面与稳定性计算

考察如图1所示的典型边坡模型, 假设边坡高度为 H , 边坡土体重度为 γ , 内摩擦角为 φ , 黏聚力为 c , 并遵循 Mohr-Coulomb 破坏准则。边坡在自重荷载作用下, 其潜在的破裂面形状是未知的。在此, 将该边坡均匀垂直条分成 n 段, 其中坡顶部分划分为 m 段, 坡面部分划分为 $n-m$ 段, 任意条段对应的破裂面为直线并与水平面成 α_i 夹角, 边坡潜在破裂面是由 n 段直线组合而成, 如果条分的段数足够多, 得到光滑连续的边坡破裂面。显然, 边坡潜在破裂面是由 n 个未知参数 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, n)$ 所确定的。

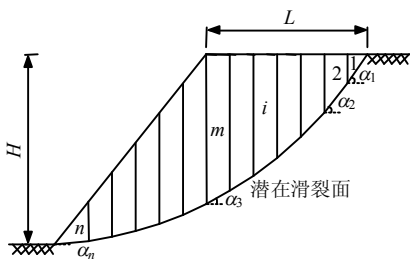


图1 边坡条分模型
Fig.1 Slices slope model

2.1 多块体重力计算

如图1所示, 将潜在破裂面内的竖直边坡均匀垂直条分段, 根据几何关系, 则每段条块的宽度可按式计算:

$$d = \frac{H}{\sum_{i=1}^{n-m} \tan \alpha_i} \quad (1)$$

式中: d 为条块的宽度; H 为边坡高度; α_i 为任意条块对应破裂面与水平面的夹角。

坡顶条分块体的重力 (见图2(a)) 可表达为

$$G_i = \frac{1}{2} \gamma d^2 \tan \alpha_i + \gamma d^2 \sum_{j=1}^{i-1} \tan \alpha_j, \quad m \geq i \quad (2)$$

式中: γ 为边坡土体的重度。

坡面条分块体的重力 (见图2(b)) 可表达为

$$G_i = \frac{1}{2} \gamma d^2 \tan \alpha_i + \gamma d^2 \sum_{j=1}^{i-1} \tan \alpha_j - \left(i - m - \frac{1}{2} \right) \gamma d^2 \tan \beta, \quad m \leq i \quad (3)$$

式中: β 为坡面坡角。

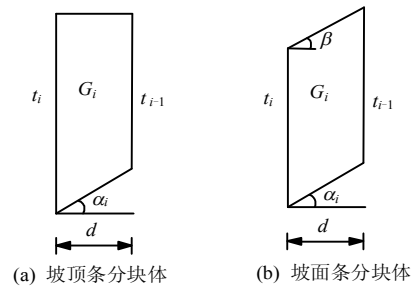


图2 多块体重力计算模型
Fig.2 Gravity calculation model for multiple blocks

2.2 多块体速度计算

由图3所示为任意多块体速度场, 多块体破裂面的速度为 V_i , 每个直线形滑裂面与多块体速度的夹角为 φ 。故可以得到任意多块体的速度表达式:

$$V_i = V_1 \frac{\sin(\alpha_1 - \varphi) \tan \varphi + \cos(\alpha_1 - \varphi)}{\cos(\alpha_i - \varphi) + \sin(\alpha_i - \varphi) \tan \varphi} \quad (4)$$

垂直条分断面上的速度为

$$\bar{V}_i = \frac{V_i \sin(\alpha_i - \varphi) \tan \varphi - V_{i+1} \sin(\alpha_{i+1} - \varphi)}{\cos \varphi} \quad (5)$$

2.3 外力功率计算

为计算简便起见, 作用在边坡上的外荷载只有重力, 则外力功率由边坡重力提供, 对应的外力功率可表达为

$$\dot{W}_{\text{soil}} = \sum_{i=1}^n G_i V_i \sin(\alpha_i - \varphi) \quad (6)$$

式中: $\dot{W}_{\text{soil}}$ 为边坡重力做的外力功率。

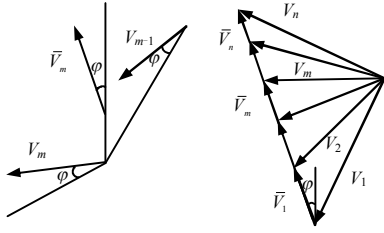


图3 多块体速度相容场

Fig.3 Speed of calculation model for multiple blocks

2.4 内能耗散

内能耗散由各块体速度间断面提供, 包括两个方面: 破裂面上的能量耗散和垂直条分间断面上的能量耗散。

2.4.1 边坡破裂面上的能量耗散

计算各块体破裂面的长度:

$$l_i = \frac{d}{\cos \alpha_i} \quad (7)$$

对应的破裂面上的能量耗散可表达为

$$\dot{D}_{\text{int}1} = c \sum_{i=1}^n V_i \cos \varphi \frac{d}{\cos \alpha_i} \quad (8)$$

式中: $\dot{D}_{\text{int}1}$ 为滑裂面上的能量耗散。

2.4.2 垂直条分间断面上的能量耗散

计算各块体垂直间断面的高度为

$$t_i = d \sum_{j=1}^i \tan \alpha_j \quad (9)$$

垂直条分间断面上的能量耗散按下式计算:

$$\dot{D}_{\text{int}2} = c \sum_{i=1}^{n-1} \bar{V}_i t_i \cos \varphi \quad (10)$$

式中: $\dot{D}_{\text{int}2}$ 为垂直间断面上的能量耗散。

当外功率与内能耗散相等时, 得

$$H = \frac{c}{\gamma} f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \quad (11)$$

$f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 定义为

$$f = \frac{(n-m) \cos \varphi \tan \beta (f_3 + f_5 + f_6 - f_7 - f_8)}{\frac{1}{2} f_1 + f_2 - f_4 \tan \beta} \quad (12)$$

$f_1 - f_8$ 的具体表达式为

$$f_1 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\tan \alpha_i \sin(\alpha_i - \varphi)}{\cos(\alpha_i - \varphi) + \sin(\alpha_i - \varphi) \tan \varphi} \right] \quad (13)$$

$$f_2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sin(\alpha_i - \varphi) \sum_{j=1}^{i-1} \tan \alpha_j}{\cos(\alpha_i - \varphi) + \sin(\alpha_i - \varphi) \tan \varphi} \right] \quad (14)$$

$$f_3 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{\cos(\alpha_i - \varphi) + \sin(\alpha_i - \varphi) \tan \varphi} \frac{1}{\cos \alpha_i} \right] \quad (15)$$

$$f_4 = \sum_{i=m+1}^n \left[\frac{(i-m-\frac{1}{2}) \sin(\alpha_i - \varphi)}{\cos(\alpha_i - \varphi) + \sin(\alpha_i - \varphi) \tan \varphi} \right] \quad (16)$$

$$f_5 = \sum_{i=1}^m \left[\frac{\sin(\alpha_i - \varphi) \sum_{j=1}^i \tan \alpha_j}{\cos(\alpha_i - \varphi) + \sin(\alpha_i - \varphi) \tan \varphi} \right] \quad (17)$$

$$f_6 = \sum_{i=m+1}^{n-1} \left[\frac{\sin(\alpha_i - \varphi) \left(\sum_{j=1}^i \tan \alpha_j - (i-m) \tan \beta \right)}{\cos(\alpha_i - \varphi) + \sin(\alpha_i - \varphi) \tan \varphi} \right] \quad (18)$$

$$f_7 = \sum_{i=1}^m \left[\frac{\sin(\alpha_{i+1} - \varphi) \sum_{j=1}^i \tan \alpha_j}{\cos(\alpha_{i+1} - \varphi) + \sin(\alpha_{i+1} - \varphi) \tan \varphi} \right] \quad (19)$$

$$f_8 = \sum_{i=m+1}^{n-1} \left[\frac{\sin(\alpha_i - \varphi) \left(\sum_{j=1}^i \tan \alpha_j - (i-m) \tan \beta \right)}{\cos(\alpha_{i+1} - \varphi) + \sin(\alpha_{i+1} - \varphi) \tan \varphi} \right] \quad (20)$$

根据极限分析上限定理, 在一个假设的且满足速度边界条件及应变与速度相容条件的变形模式中, 由外功率等于所消耗的内功率得到的荷载不小于实际的破坏荷载。式 (11) 给出了临界高度 H_c 的一个上限, 当 $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 满足以下条件:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} &= 0 \\ \frac{\partial f}{\partial \alpha_2} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial f}{\partial \alpha_n} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

函数 $f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 在式 (21) 成立时有一个最小值。

因此, 解方程, 并把所得的 $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 代入到式 (11) 后, 即得到边坡的临界高度 H_c 的一个最小上限解。记 $N_s = \min f$, 得

$$H_c \leq \frac{c}{\gamma} N_s \quad (22)$$

式中: 无量纲参数 N_s 为边坡稳定系数。

3 算例

采用本文理论方法, 研究坡高 $H = 10 \text{ m}$, 重度 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, 黏聚力 $c = 12 \text{ kPa}$, 边坡坡角 β 分别为 90° 和 60° , 土体内摩擦角 φ 分别为 0° 、 10° 、 20° 、 30° 时边坡潜在破裂面形状, 其中边坡条分数均为 15。需要指出的是, 从理论上讲, 根据式 (21) 可以获得最优解, 但实际计算却很困难。在本文中, 采用数学优化方法, 利用 Mathematics 优化工具箱进行优化计算。

由图 4 可知, 对于坡高为 10 m 的竖直边坡, 当内摩擦角 $\varphi = 0^\circ$ 时, 对应的边坡潜在破裂面为直线形。随着内摩擦角 φ 的增大, 其潜在破裂面不断向边坡左侧移动, 其破裂面逐渐变为曲线型。

图 5 给出了边坡坡角为 60° 的普通边坡破裂面计算结果。从图中可以看出: 边坡潜在破裂面形状为曲线型破裂面, 且随内摩擦角 φ 的增大, 破裂面不断向边坡外侧移动。

图 6 给出了直线型边坡破裂面、对数螺旋线型边坡破裂面与本文预测的边坡潜在破裂面的比较。从图中可以看出: 本文理论方法预测的边坡潜在破裂面介于直线型破裂面与对数螺旋线型破裂面之间, 说明本文理论方法是可行的。

为了验证本文方法计算的边坡稳定系数的合理性, 将理论计算成果与文献[15]的计算成果进行了比较, 计算结果见表 1。

从表 1 可以看出: 当边坡条分数为 1 时, 本文

结果与文献[15]成果非常接近, 如果再增加条分数, 可以得到更为准确的解答。由此可见, 本文提出的边坡潜在破裂面确定与稳定系数计算方法是可行的。

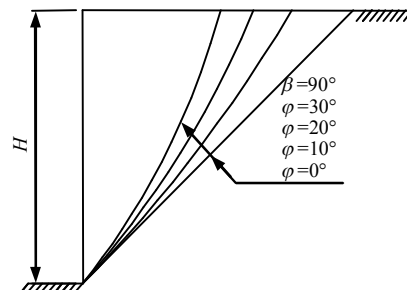


图 4 竖直边坡在不同内摩擦角时对应的潜在破裂面形状
Fig.4 Different internal friction angles corresponding to potential sliding surface with vertical slope

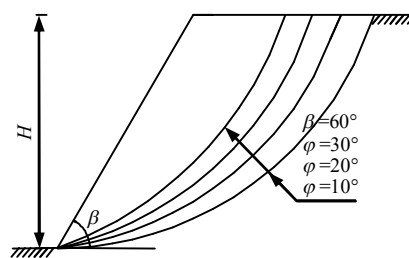


图 5 $\beta = 60^\circ$ 且内摩擦角不同时普通边坡的破裂面形状
Fig.5 Different internal friction angles corresponding to potential sliding surfaces with $\beta = 60^\circ$

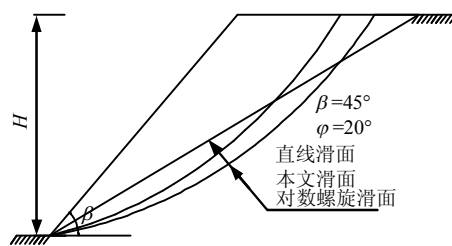


图 6 3 种不同破裂面形状比较
Fig.6 Comparison of three different sliding surfaces

表 1 两种理论方法预测的边坡稳定系数计算成果表
Table 1 Prediction of slope stability factors by two kinds of different theories

φ /($^\circ$)	不同 β 时的本文方法计算的稳定系数					不同 β 时 CHEN 计算的稳定系数				
	90°	75°	60°	45°	30°	90°	75°	60°	45°	30°
0	4.00	4.35	4.63	4.91	5.22	3.83	4.57	5.25	5.85	6.51
5	4.36	5.00	5.68	6.48	8.03	4.19	5.14	6.17	7.33	9.17
10	4.75	5.62	6.70	8.43	12.82	4.59	5.80	7.26	9.32	13.53
15	5.18	6.41	8.05	11.08	20.17	5.02	6.57	8.64	12.05	21.71
20	5.67	7.26	9.76	15.03	38.92	5.51	7.48	10.39	16.18	41.27
25	6.22	8.35	12.00	21.48	116.7	6.06	8.59	12.75	22.92	120.00
30	6.85	9.63	15.44	33.59		6.69	9.96	16.11	35.63	

4 结 论

(1) 本文提出的确定边坡潜在破裂面形成的理论方法是可行的。

(2) 边坡的破裂面形状为曲线形, 随着土体的内摩擦角的增大, 破裂面不断向边坡外侧移动。

(3) 理论方法预测的边坡潜在破裂面介于直线破裂面与对数螺旋型破裂面之间。

(4) 理论方法预测的边坡稳定系数与按对数螺旋线破裂面计算的边坡稳定系数接近。

参 考 文 献

- [1] 李同录, 邓宏科, 李萍, 等. 搜索简单土坡潜在滑动面的一种新方法[J]. 长安大学学报(地球科学版), 2003, 25(3): 56—59.
LI Tong-lu, DENG Hong-ke, LI Ping, et al. A new method for quick searching potential sliding surface of the simple earth slope[J]. **Journal of Chang'an University (Earth Science Edition)**, 2003, 25(3): 56—59.
- [2] 朱以文, 吴春秋, 蔡元奇. 基于滑移线场理论的边坡滑裂面确定方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(15): 2609—2616.
ZHU Yi-wen, WU Chun-qiu, CHAI Yuan-qi. Determination of slip surface in slope based on theory of slip line field[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(15): 2609—2616.
- [3] 李忠, 朱彦鹏. 多阶边坡滑移面搜索模型及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(1): 2841—2847.
LI Zhong, ZHU Yan-peng. Search model of slip surface and stability analysis of multistep slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(1): 2841—2847.
- [4] 郑颖人, 叶林海, 黄润秋. 地震边坡破坏机制及其破裂面的分析探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(8): 1714—1723.
ZHENG Ying-ren, YE Lin-hai, HUANG Run-qiu. Analysis and discussion of failure mechanism and fracture surface of slope under earthquake[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(8): 1714—1723.
- [5] 孙冠华, 郑宏, 李春光. 基于等效塑性应变的三维边坡滑面搜索[J]. 岩土力学, 2008, 29(5): 1159—1163.
SUN Guan-hua, ZHENG Hong, LI Chun-guang. Searching critical slip surface of slopes based on equivalent plastic strain[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(5): 1159—1163.
- [6] 孙冠华, 郑宏, 李春光. 基于等效塑性应变的边坡滑面搜索[J]. 岩土力学, 2010, 31(2): 627—632.
SUN Guan-hua, ZHENG Hong, LI Chun-guang. Searching critical slip surface of three-dimensional slopes based on equivalent plastic strain[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(2): 627—632.
- [7] 郭明伟, 李春光, 葛修润, 等. 基于矢量和分析方法的边坡滑面搜索[J]. 岩土力学, 2009, 30(6): 1175—1181.
GUO Ming-wei, LI Chun-guang, GE Xiu-run, et al. Searching potential slip surface of slopes based on the vector sum analysis method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(6): 1175—1181.
- [8] RADOSLAW L MICHALOWSKI. Limit Analysis and stability charts for 3D slope failures[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2010, 136(4): 583—593.
- [9] BAKER R. Determination of the critical slip surface in slope stability computations[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1980, 4(4): 333—359.
- [10] ZHU D Y. A method for locating critical slip surfaces in slope stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38(2): 328—337.
- [11] CHENG Y M, LIU H T, WEI W B. Location of critical three-dimension non-spherical failure surface by NURBS functions and ellipsoid with applications to highway slopes[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32(6): 387—399.
- [12] YANG Xiao-li, YIN Jian-hua. Slope stability analysis with nonlinear failure criterion[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2004, 130(3): 267—273.
- [13] AUSILIO E, CONTE E, DENTE G. Stability analysis of slopes reinforced with piles[J]. **Computers and Geotechnics**, 2001, 28(8): 591—611.
- [14] YU H S, SALGADO R, SLOAN S W, et al. Limit analysis versus limit equilibrium for slope stability[J]. **Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering**, 1998, 124(1): 1—11.
- [15] LING H I, LESHCHINSKY D, PERRY E B. Seismic design and performance of geosynthetic reinforced soil structures[J]. **Geotechnique**, 1997, 47(5): 933—952.
- [16] RADOSLAW L MICHALOWSKI. Soil reinforcement for seismic design of geotechnical structures[J]. **Computers and Geotechnics**, 1998, 23(1): 1—17.
- [17] YANG Xiao-Li. Seismic displacement of rock slopes with nonlinear Hoek-Brown failure criterion[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 2007, 44(6): 948—953.
- [18] RADOSLAW L MICHALOWSKI. Slope stability analysis a kinematical approach[J]. **Geotechnique**, 1995, 45(2): 283—293.
- [19] JIANG J C, BAKER R, YAMAGAMI T. The effect of strength envelope nonlinearity on slope stability calculations[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2003, 40(2): 308—325.
- [20] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam: Elsevier, 1975.